

⇒ 論 説 ‹

マッチング理論とその背景

高 宮 浩 司*

概 要

近年マッチング理論についての論評はほとんどその応用上の有用性の観点からのみおこなわれているようである。これに対し、本稿はこの理論が出現し発展した背景を科学的な観点から論じる。

1 緒言

近年マッチング理論はそのマーケットデザインへの応用での成功によって注目を集めている。そのため、マッチング理論についての最近の論評はほとんどその応用上の有用性の観点からのみおこなわれているように見受けられる。これに対して、本稿においては科学的な観点からマッチング理論が出現し発展した背景について論じる。とくにゲーム理論、社会選択理論とメカニズムデザイン、そしてアルゴリズムの3つの視点から考える。

以下においては、まず第2節でマッチング理論の概観を与え、そのうち、第3節でマッチング理論の科学的な背景についてのべる。第4節でまとめをのべる。

2 概観

まずマッチング理論をごく簡単に概観する。以下の3つについてのべる。

1. マッチング理論とはどのような性質の理論か。
2. その理論的な内容。
3. どのように現実社会の問題に応用されているか。

*新潟大学経済学部, 住所: 950-2181 新潟市西区五十嵐2の町 8050 番地, 電子メール: takamiya@econ.niigata-u.ac.jp.

2.1 マッチング理論とは

マッチング理論¹とは互いに異なる2種類の「対象の集まり」のあいだに対応付けをおこなう仕方についての数学的理論である。ここで2種類の対象とは、例えば、労働者と企業、学生と大学、臓器移植における患者とドナー、などとさまざまに解釈される。ここで、例えば学生と大学のばあい、学生とはこれから行くべき大学を決める学生であって、すでに大学にいる学生ではないことを注意する。これは労働者、ドナーについてもおなじである。すなわち、これらの2つの対象は互いにこれから「結びあわせ」られる(英語でいえば、matchされる)べきものである。

さて、どのような「結びあわせ」、すなわちマッチング(matching)、が良いのかはまったく自明ではない。マッチング理論においては、各対象はマッチされるべき対象の全体に対して**選好**をもつと仮定する。例えば、各学生はすべての大学のなかで、自分が最も行きたいのはどの大学か、2番目はどれか、3番目は…、あるいはいつそ行きたくない大学はどれか、をはっきりと決めている。これが各学生の選好である。そしておなじように、各大学も学生に対して選好を持つ²。これらの選好にもとづいてマッチングの「良し悪し」を評価し、「良い」マッチングを実現する方法を考えるのがマッチング理論である。

マッチング理論の想定する状況(マッチング市場)は「教科書的な」ミクロ経済理論のそれとはおもに以下の2点において異なる。第一に、マッチング理論においてはマッチされる両者が相手を選びあっている。例えば、学生は大学を選ぶが、同時に大学も学生を選んでいる。いっぽう通常のみクロ理論では、消費者は米の銘柄を選ぶが、米が消費者を選ぶことはない。第二に、個々の対象に「個性」が存在する。通常のみクロ理論では、1つの種類の財はどれもおなじであり、問題になるのはその数量である。それにたいして、マッチング理論では、例えば、労働者と企業を考えれば、企業はたしかに賃金で労働者の労働力を買うわけではあるが、たんに賃金で労働者の数を調節しているわけではない。個々の労働者が異なることを認識したうえで個別に選択するのである。

筆者の印象では、最近まではマッチング理論はゲーム理論の一部であるとの見方が常識的であった。しかし、いまではそれにはおさまらない広がりを持っていると捉えられているようである。

¹「マッチング理論」なる名称はサーチ理論における労働市場などを分析する一理論を指すこともあり、とくにマクロ経済学では専らこの意味で使われる。無論これはまったく別物である。これは少なからぬ混乱を与えている。

²学生が行ける大学は1つであるが、大学は複数の学生を受け入れるので、大学側の選好はより複雑な形式となることを注意する。

2.2 マッチング理論の描像

以下で理論のより具体的な描像を与える。とくに「良い」マッチングの一つの規準として突出した重要性を持つ**安定性**の概念をとりあげる。例えば、学生と大学を考える。いま1つのマッチングが実行されたとして、ある学生 s が自分がマッチされた大学 c よりも他の大学 d' に行きたかったと思ひ (つまり、この学生は d' を c よりも選好し) かつ、当の大学 d' も、自らの選好に照らして、 s を追加入学させるか、あるいは自校にマッチされた学生の一部と s を取り替えたほうがより好ましいと考えたとする。この場合、もし学生も大学も自由に行動できるなら、もとのマッチングは反故にされて学生 s と大学 d' は自発的にマッチし直すであろう³。これはもとのマッチングが「悪かった」ということである。このようなことが起こらないマッチングを**安定マッチング**という。

安定マッチングにかんして主要な論点が3つある。第一に、安定マッチングの**存在**である。当然ながら選好が変われば安定マッチングも変わるが、安定マッチングが**つね**に存在するか否かはまったく自明ではない。驚くべきことに、多くの重要なモデルにおいて安定マッチングが**つね**に存在することが示されている。

第二に、安定マッチングの**計算**である。ここで問題となるのは**マッチングアルゴリズム**である。これは通常マッチングに参加する全対象 (ここでは学生と大学) の選好を入力とし、安定マッチングを出力とする。これが第一の論点 (安定マッチングの存在) と関連していることはいままでもない。存在しなければ計算して求めることはできないし、また計算で求められるならば、それは存在することにほかならないからである。いかなる選好の入力に対しても、安定マッチングを**速く**求められるか否かが肝要であるが、これもまた自明ではない⁴。そしてまた驚くべきことに、非常によいアルゴリズムがいくつか発見されている。

第三に、安定マッチングの**遂行**である。マッチング市場の運営者が、安定マッチングを求め、実行するには、当然ながら各対象の持つ選好についての情報が必要である。(いっぽうで、通常必ずしも選好を完全に知る必要はない。) しかし選好は基本的には本人のみの知ることである。したがって、なんらかのかたちで選好にかんする情報を引き出さなくてはならないが、これは各対象がどんな情報を申告するかで結果 (実行されるマッ

³このような事態がたびたび起こるのであれば、長期的にはマッチングをおこなう制度自体の存続があやしくなる。安定マッチングを実現できない制度が失敗することは現実に見測されている (Roth, 1984)。

⁴ふつうマッチング問題は有限なので、速さを問題としないなら、すべてのマッチングを逐一安定かどうか確かめればよいだけのことである。これは通常膨大な時間を消費する。

ング)をある程度コントロールできることを意味する。したがって各対象は結果が自分に有利になるよう申告する情報を画策する(すなわち**戦略的**に行動する)と予想される。これによって、求められたマッチングが「正しい」ものであるか否かがわからなくなってしまうという問題が生じる。典型的な例としては、各自に選好を直接申告させる場合、わざと虚偽の選好を申告することが起こりうる。申告された選好の真偽は確かめようがないし、虚偽であるかもしれない選好にもとづいて求められたマッチングが真の選好に照らして「良い」マッチングである保証はない。このような問題を排除するためには、対象の戦略的行動を考慮に入れたうえで、情報の申告から結果の決定にいたるプロセス(これを**メカニズム**とよぶ)を注意深く設計せねばならない。なお、この問題はマッチング理論に限らず経済制度一般において重要であり、これを研究する分野は**メカニズムデザイン**として知られている。これは第二の論点(安定マッチングの計算)と関連している。なぜなら、メカニズムを現実世界で使用するためには結果を具体的に計算せねばならないからである。逆にいえば、結果を迅速に計算できないようなメカニズムは現実の使用には耐えないので、アルゴリズムの利用可能性によってメカニズムの利用可能性もまた制限される。

マッチング理論では現実の問題を念頭にさまざまなモデルが提案されている。そこでの安定性あるいはそのほかの「良い」マッチングの概念が提案され、それらにたいして上の3つの論点を中心にさまざまな問題が論じられている。

2.3 マッチング理論の応用

マッチング理論はその始まりである Gale and Shapley (1962) このかた 50 年以上の歴史を持つが、現在に見るその興隆は現実社会への応用での成功によるところが大である。もともと Gale and Shapley (1962) の研究の動機が、現実の学生と大学とのマッチングへの関心であったことをデヴィッド・ゲール本人がのべている (Gale, 2001)。さらに上述の理論の説明が現実問題への応用に則しているので、マッチング理論が応用できることは当然のことと思うかもしれないが、ことはそれほど単純ではない。

マッチング理論と現実世界との結びつきの発見は劇的なものであった。米国における研修医と病院とのマッチングはもともと個別の交渉にまかされていたが、どの病院もいい人材を確保したいがために採用時期を際限なく早め、その結果医学生も病院も早すぎる決定から生じる不確実性の甘受を強いられるという問題に悩まされていた。結果として、医師たちは研修医と病院とのマッチングを集権的におこなうことにしたが、当初はうまく

機能しなかった。かれらは試行錯誤を経てあるマッチング方式に落ち着いたのであるが、驚くべきことに、それは Gale and Shapley (1962) が提案したアルゴリズムそのものであった。しかもそれはこの論文が世に出る約 10 年前に導入されたのであった。この発見は 1980 年代にアルヴィン・ロスによって報告された (Roth, 1984)。1990 年代には、ロスはその理論的知見をいかしてこの研修医マッチング制度の大規模な改訂を監修している (Roth and Peranson, 1999)。

2000 年代以降、それまでにおこなわれた理論的な研究の蓄積のおかげでさらなる応用が開花した。公立学校における生徒と学校とのマッチング (Abdulkadiroğlu and Sönmez, 2003)、および腎臓移植の患者とドナーとのマッチング (Roth, Sönmez and Ünver, 2004) がその代表である。とくに後者の意外性は特筆に値する。

マッチング理論は現実の問題に起源をもつものの、基本的な理論モデルは抽象的であり、どのように現実に応用できるのかはあきらかではなかった。さらに、現実のマッチング市場は複雑な詳細や例外にみちており、既存の理論モデルがそのまま適用できるわけでもなかった。そのため理論が応用されるためには理論的、実際の両面で多大な研究が必要であったし、現在もそれはつづいている。逆に、応用で直面する多様な問題があらたな理論的問題を提起し、理論の発展を促している。

現在ではこれらの応用的研究分野は**マッチングマーケットデザイン**の名でよばれている。マーケットデザインは広い分野であり、マッチングに関連するものだけではない。現在のところマーケットデザインの両翼になっているのはマッチングとオークションである。「マーケットデザイン」とは文字どおり「市場の設計」であるが、マッチングによるそれが特異なところは「市場」という語をこれまでになく広義に解釈していることである。「市場」という語は、その伝統的な用法では、価格による配分制度を指す。しかし、これまで人工的にデザインされたマッチング市場には価格が存在しないのである。それは伝統的な市場が価格による需給調整でおこなっていた最終配分の探索を、アルゴリズムによって直接におこなう。マッチングマーケットデザインは市場という概念そのものを再定義したといつてよい。

3 背景

マッチング理論の始まりである Gale and Shapley (1962) それ自体、またその後のこの理論の展開はその背景をなす周辺の科学理論のおおきな流れのなかにある。本節ではこの流れを概観する。以下の 3 つの視点からの

べる。

1. ゲーム理論，とくに協力ゲーム理論の重要性，エッジワース命題とマッチング理論との関係。
2. 社会選択理論とメカニズムデザインによる経済制度の相対化。
3. アルゴリズムとの関連性，計算機科学，ゲーム理論，社会選択理論の近接性，および計算的世界観の妥当性。

3.1 ゲーム理論

すでにのべたように，マッチング理論はゲーム理論の一部というのが常識的な見方であった。**ゲーム理論**とは複数の主体の利害が互いにからまりあっている状況での合理的な意思決定とその帰結を記述，分析する理論である。このような状況や意思決定はしばしば**戦略的**とよばれる。主体はプレイヤーとよばれ，プレイヤーはゲームの帰結を利得をもって評価する。プレイヤーの合理性はその利得の最大化とされる。

よく知られているようにゲーム理論は通常**協力ゲーム理論**と**非協力ゲーム理論**とに大別される。これら二者の違いは「前者がプレイヤーに対する拘束力のある合意を前提とするのに対して，後者はそうではない」ことと説明されるのが一般的である。この説明は間違っていないが，たいてい正しく理解されてもいない。この説明からしばしば引き出される誤った結論は「だから協力ゲームは役立たず」である。プレイヤーのすることをはじめから拘束できるならば，戦略的意思決定など考える必要もないと，考えるわけである。あるいはそこまで極論せずとも，拘束力のある合意の存在を前提とするのは恣意的で理論として不完全であり，合意自体が個々のプレイヤーの戦略的な行動の結果として内生化されるべきものであるという考えから，非協力ゲーム理論がより基本的で重要な理論であると，考える。かくして，ときとして「ゲーム理論家」が協力ゲーム理論についてほとんど知らないという状況を生んでいる。じっさい多くのゲーム理論の教科書が協力ゲーム理論についてまったく解説していない⁵。

非協力ゲーム理論と協力ゲーム理論との違いについてのより妥当と思われる見解はロバート・オーマンによるものである (Aumann and Van Damme, 1997)。オーマンによれば両理論の違いは，拘束力のある合意の有無よりもむしろ観点の違いであり，非協力ゲーム理論が戦略性重視

⁵わたしの担当する講義もこの例にもれない。

(strategically oriented) であるいっぽう、協力ゲーム理論は結果重視 (outcome oriented) である。このことは両理論のモデルにあらわれている。非協力ゲームモデルの基本的なデータは各プレイヤーが取りうる行動および全プレイヤーの行動の組合せから生ずる各プレイヤーの利得である。それにたいして、協力ゲームモデルのそれはプレイヤーが形成可能なグループ (これを提携とよぶ) のおのおのが実現できる利得ベクトルの集合である。前者が個々のプレイヤーの行動をつうじたプレイヤー間の相互作用を直接表現しているのにたいして、後者はプレイヤーの行動を一切表現しておらず、その分析においては、各提携が結果におよぼせる能力のみにもとづき全体としてどのような結果が生ずるのかを問題とする。非協力ゲーム理論が手続き的な詳細を直接に記述し分析することにすぐれているのにたいして、協力ゲーム理論では手続き的な詳細なしに結果を直接にあつかうことができるので、手続き的な詳細が複雑あるいは流動的で記述がむずかしい状況をも分析できるという利点がある。

このような協力ゲーム理論の特性はいわゆる「エッジワース命題」において本質的である。エッジワース命題とは、おおまかには競争均衡とコアとが同等であるとの命題であり、さまざまな経済モデルにおいて成立することが証明されている。競争均衡は価格による需給調整できまる配分である。いっぽうコアとは協力ゲーム解の一つである。ある配分 x がコア配分であるとは、いなる提携も x から逸脱して独自に配分をやりなおしても x を凌駕することができないことをいう。したがって、コア配分が実現されるということは、「全員」があつまって資源の配分をおこなうことに利があることを含意する。競争均衡が価格制度という「手続き」によって定義された結果であるのにたいして、コアは協力ゲーム解であり、前段落に議論したとおり「提携の能力」のみに依存し「手続き」を前提としないことをとくに注意する。エッジワース命題の本質は、このように結果を実現する「手続き」と結果そのものに内在する性質とを結びつけたことにある。オーマンはこれを、コアを実現できるように人間が価格制度という「手続き」を進化させたのだと解釈する。エッジワース命題は 19 世紀英国の経済学者フランシス・エッジワースが構想したものであったが (Edgeworth, 1881), 20 世紀後半にゲーム理論につうじたマーティン・シュービクによって復興せられ (Shubik, 1959), ミクロ経済理論の中心的テーマの一つとなった。エッジワースのアイデアを協力ゲーム理論なしに正確に理解するのは困難であったのだろう。

マッチング理論は協力および非協力ゲーム理論の両方と密接なかかわりを持っている。まずマッチングモデルはまさに協力ゲームの一形態である。基本的なマッチングモデルにおいて、安定マッチングの集合はコア

と一致する。2.3節で、安定マッチングをもとめるアルゴリズムが研修医マッチング市場において長年の試行錯誤のすえに発見されたことを見た。オーマンはこれを上述の価格制度の進化と比肩させている。さすれば自然に、その背後に「拡張されたエッジワース命題」を考えることができる。そこでは価格制度(伝統的市場)とマッチングアルゴリズムとがともにコアを実現させるべく進化した手続きとして並行的に捉えられる。このような市場とアルゴリズムの「同一視」には、3.3節にべつの文脈で再訪する。マッチング理論と非協力ゲーム理論とのつながりはメカニズムデザインである。これは次節に説明する。

3.2 社会選択理論とメカニズムデザイン

社会選択理論⁶とは、集団が集団全体にかかわる意思決定をおこなう望ましい仕方を究明する理論である。社会選択理論の分析対象の端的な例は投票による決定である。投票それ自体の歴史がながいだけに、社会選択理論もながい歴史をもっている。しかし、現代科学の一分野としての社会選択理論の創始はケネス・アローの革新的な研究による(Arrow, 1951)。

アロー以前、社会選択理論はいくどか発見されそのたび忘れられた。社会選択理論の「最初の黄金時代」はフランス革命期であるといわれる(McLean, 1995)。啓蒙思想を背景に社会を科学的に運営しようという機運が高まりマルキ・ド・コンドルセ、ジャン＝シャルル・ド・ボルダらにより本格的な投票の数学的理論が展開された。それからほぼ1世紀後のビクトリア朝の英国ではチャールズ・ドジソン(ルイス・キャロル)がコンドルセの理論の一部を独立に再発見しつつ、またべつの理論を展開している。

フランス革命期以前の社会選択理論については近年まであまり知られていなかったようである。この時代の特記すべき存在は13世紀から14世紀にかけて活躍したマヨルカ王国のラモン・リュイである。リュイはコンドルセにちかいアイデアで近代的な投票理論を先取りしている。リュイを含む中世における社会選択理論についてはMcLean and London (1990)の先駆的研究にくわしい。なお、リュイには3.3節で再登場願う。

アロー以後の社会選択理論がそれ以前の散発的な研究とあきらかに異なるのは、それがもはや投票理論ではないことである。現代の社会選択理論の対象はあらゆる社会的決定プロセスである。投票のような政治的な決定である必要もなければ、現存しているものである必要すらない。アロー

⁶Social choice theory からの訳語で、社会的選択理論ともいう。ところで近年盛んになっている computational social choice theory をどう訳すべきだろうか。「計算的社会選択理論」ならまだまじだが「計算的社会的選択理論」ではぶかっこうではないかという気がする。

の重要な功績は、さまざまな社会的決定プロセスを抽象化することにより包括的に定式化し、かつそれを公理的な方法で分析するという方法論を提示したことにある。これはそれまでの厚生経済学の発展(とくにベルグソン=サミュエルソンの社会厚生関数の理論)をしたじきにしたものであると同時に、おそらくは20世紀前半に発達した数理論理学の影響を受けたものであろう。じっさいアローは学生時代にアルフレッド・タルスキから直接習っているのである。(Kelly(1987)によるインタビューでアロー本人が社会選択理論創始の経緯を語っている。)アローによって導入されたこの方法論によって、経済制度の分析において特定の経済制度を前提としない一般論を展開する下地がととのった。そしてそれをゲーム理論との結びつきにおいて実現したのが**メカニズムデザイン**である。

メカニズムデザインの源流はアローの社会選択理論以前からの「経済計算論争」(社会主義における集権的な計画経済制度の実行可能性についての論争)にたどることができるようであるが、現代的な定式化をはじめておこなったのはレオニド・ハーヴィッツ(Hurwicz, 1960)とされている(坂井・藤中・若山, 2008)。メカニズムデザインとはなにかについては、2.2節の安定マッチングの遂行の記述において「安定マッチング」を「実行すべき社会的選択肢」と読み替えれば、ほぼそのまま説明になる。これを再解釈すれば、すなわち、ひとびとのもつ選好にたいして「実行すべき社会的選択肢」を対応付けるのが社会選択理論である。いっぽうメカニズムはひとびとが申告する情報と社会的選択肢とをむすびつける。それが「実行すべき社会的選択肢」とうまく一致させられれば、メカニズムの目的は達せられる。ここで付言すべきは、メカニズムデザインが非協力ゲーム理論によっているということである。各個人は自己の利益を勘案して戦略的に情報を申告するが、これは申告する情報を戦略とした非協力ゲームとみなせるので、その結果は非協力ゲームの均衡理論によって予測される。その意味で、メカニズムデザインとはあらかじめあたえられた結果が均衡となるようにゲーム(正確にはゲーム形式)をつくること、いわば「逆ゲーム理論」であるといえる。メカニズムデザインは経済制度一般を抽象的な枠組みで表現し分析することを可能にした。これにより既存の経済制度が相対化され、あたらしい経済制度の設計への道がひらかれた。その具現化のひとつがマーケットデザインである。

3.3 アルゴリズム

マッチング理論においては**アルゴリズム**が中核的な役割をになう。経済理論の他の分野でもさまざまなアルゴリズムが登場するが、それはおおむね

分析の**道具**としてである。これにたいして、マッチング理論においてはアルゴリズムが分析の**対象**となるべき理論体系上の主要概念である。それゆえマッチング理論とアルゴリズムの結びつきは本質的である。また、その中核にアルゴリズムあればこそ、マッチング理論はその初期から計算機科学者をもひきつけ、その結果多様性にとんだ発展を見てきたのである⁷。

アルゴリズムとは、おおまかには、予め与えられた問題を解くための形式的な計算手順のことをいうが、その厳密な定式化には計算そのものの厳密な定式化が必要である。計算という概念の定式化は20世紀の数学、科学における重要な成果であり、これが計算機科学というあたらしい学問分野を生み出したといっても過言ではない。計算概念の定式化は、20世紀前半、数理論理学において、クルト・ゲーデル、アラン・チューリング、アロンゾ・チャーチ、エミール・ポスト、スティーブン・クリーネらによっておこなわれたが、ゲーム理論の創始者たるジョン・フォン・ノイマンも同時代の数理論理学における重要な貢献者の一人であった。さらにかれは現実の機械としてのコンピュータの開発における最重要人物の一人でもあった。また、ゲーム理論の初期の貢献者たち(マッチング理論を創始したデヴィッド・ゲールとロイド・シャプレーのほか、ジョージ・ダンツイヒ、ハロルド・クーン、アルバート・タッカー、ハーバート・スカーフなど)はアルゴリズム設計の分野においても重要な貢献をなしたことが指摘されている(Arora et al, 2007)。つまり、ゲーム理論と計算機科学とはおなじ知的コミュニティから発生したものである。この観点からは、マッチング理論がその出現のとき(Gale and Shapley, 1962)からアルゴリズムをその中核にすえていたのは自然なことといえよう。

マッチングアルゴリズムはマッチング理論を現実の問題に応用するとき重要な意味をもつ。すでに2.3節でのべたように人工的にデザインされたマッチング市場においては「伝統的な市場が価格による需給調整でおこなっていた最終配分の探索を、アルゴリズムによって直接におこなう」。これによってわれわれは逆転の発想にいたる。すなわち、人工的市場はこれまで伝統的市場がおこなっていたことを計算によっておきかえたのではなく、そもそも伝統的市場がおこなっていたのは計算だったのだという発想である。いいかえれば、伝統的市場は一種の分散コンピューティングシステムであり、価格は市場の参加者に計算を分散させるためのシグナルである。それを人工的市場において集権的なアルゴリズムにおきかえるのは計算の仕方がかわるだけのことであり、その本質はかわらないというわけである。

⁷なお、計算機科学におけるマッチング理論についてはGusfield and Irving (1989)が古典であり、Manlove (2013)によって近年の展開がまとめられている。

このような見方は、じつのところとりたてて新しいものでもない。オスカー・ランゲは1967年の論文で「市場は前エレクトリック時代の計算機と考えられるかもしれない」とのべている(西部, 1993)。ランゲがこの言説を披瀝した文脈は「経済計算論争」であり、社会主義的な集権的資源配分が巨大なコンピュータさえあれば可能だと主張しているのである。しかしランゲの主張は今日的にはすこしナイーブすぎるように見受けられる⁸。こんにちではランゲの時代よりも計算について、なにかんづくその複雑性について、はるかに深く理解されている。近年のコンピュータの計算力には目をみはるものがあるが、それでも本源的に計算困難な問題というものがある。計算困難な問題とは、問題のサイズの増加にたいしてそれを解くための計算量が指数関数的に増大するような問題のことで、このような問題はあまりに急激に計算量がふえるため、コンピュータの性能がどんなに向上しても解くことが期待できない。運の悪いことに、ここ40年ほどの計算機科学の発展により、計算困難な問題はむしろありふれていることがわかっている。正確な計算が困難な場合でも、近似的には計算することができるかもしれないが、それができるとしても洗練された理論、技術が必要である。(無論そのために計算機科学者は多大な努力をはらっているのである。)したがって、巨大なコンピュータがあればそれで解決ということではまったくくない。いくら高性能のコンピュータがあれど、マッチング問題が実際の運用にたえるほど短時間で解けるといのはじつはまったく自明なことではないのである⁹。アルゴリズムによる人工的市場とはそれほど精妙なものだ。

とまれコンピュータで代替できるかどうかはべつとして「市場とは伝統的市場であれ人工的市場であれコンピューティングシステムである」との市場観そのものは興味深い。そして、このような見方は市場にかぎったことではない。あらゆるレベルのあらゆる事象がコンピューティングシステムと見ることができる。この種の言説の究極は、宇宙全体が巨大なコ

⁸いうまでもなく、そもそも計算の入力とすべき情報をどう集めるかというメカニズムデザインの問題、また、最終配分が計算できたとしてそれをどのように実行するかという問題もある。情報の収集や配分の実行にもかなりの資源がつかわれるが、その資源も最終配分の計算に入れねばならない。しかし、それは最終配分の結果によってかわってくるという循環がおり、そもそも解の存在すらもあやぶまれる。このようにランゲの見方は今日的にはいろいろな点でナイーブなのであるが、以下では計算の複雑性のみ論点をしぼっている。

⁹伝統的市場が計算困難な問題をあつかっていることが、伝統的市場が分散コンピューティングによって計算困難な問題を処理可能であることを意味しないことには注意を要する。計算が分散された伝統的市場では個々の参加者の最適化問題が計算困難であることにたいして市場の運営者が責任を負うことはない(と通常考えられている)。これにたいして、集権的な人工的市場では計算困難性への対処は運営者の責任と考えるのが自然である。いわば、伝統的市場では計算のみならず責任をも分散しているのである。

ンピューティングシステムであるというものである (Deutsch, 1985). この種の世界観にはいろいろな変種があるが, それらをまとめて「**計算的世界観**」と総称できよう (Arora et al, 2007). これは近年さかんに論じられており, 「コンピュータ時代」がもたらした新しい世界観の代表のように思える. しかし, じつはその淵源はゴットフリート・ライプニッツ, さらにはラモン・リュイにまでさかのぼることができる. これらにしえの哲学者たちはあらゆる哲学の問題を記号操作に還元し機械的な計算によって解決するという遠大な構想を描いていた. (ライプニッツについては Russell(1900) 第 14 章を参照せよ. Bourbaki (1984) はライプニッツの構想がリュイにさかのぼれることを指摘している.) 現在ではリュイは計算機科学の始祖の一人とみなされているが, 3.2 節に見たように社会選択理論の始祖の一人でもある. 現代において計算機科学とゲーム理論とが関連する起源をもつことは上でふれたが, はるか中世において計算機科学と社会選択理論の淵源もまた同一の人物にたどれるのである. これはたんなる偶然ではなく, これらの分野の本源的な近接性をものがたるものであろう. 近年におけるアルゴリズム的ゲーム理論 (algorithmic game theory), 計算的社会選択理論 (computational social choice theory) などの融合的
分野の興隆は運命づけられたものともいえよう.

もっとも, 筆者の見解では「計算的世界観」は, マーケットデザインにかんするかぎり, たんなる極論にちがいない. 人間社会における制度にはたんに計算という見方では捉えられないさまざまな側面がある. 人間社会のなかでアルゴリズムを機能させるためには無数の「お膳立て」が必要なのであり, それらはそれ自体に重要かつ高度な問題を含んでいる. 例えば, 研修医マッチングのような制度を問題なく機能させるためには, そのための安定した組織, 運営者と参加者との信頼関係, 関係者間の情報共有などが欠かせない. さらにその土台には, 基本的な法律, 安定した安全な社会, 社会に共有された合理性をおもんずる価値, それを実現する教育などが必要である. そして, これらは多重の階層をなすうえ, たがいに複雑にからみあっている. じつのところ, こうした「お膳立て」の相互依存性, 緊密性こそが制度の本質といえよう. マーケットデザインはアルゴリズムデザインではない. アルゴリズムは人工的市場を構成するひとつの部品にすぎない. 宇宙は巨大なコンピュータかもしれないが, 人間社会はそうではない¹⁰.

¹⁰ これは冗談でいっているのではない.

4 結言

ここまで論じてきたマッチング理論を生みその後の発展を決定づけた背景をひとことでまとめれば、それはゲーム理論(とその関連理論)による数理的社会科学の**抽象化**であろう。

ゲーム理論はフォン・ノイマンとオスカー・モルゲンシュテルンの歴史的な大著(von Neumann and Morgenstern, 1944)によって研究分野として確立したとされる¹¹。ゲーム理論は経済学に「革命」を起こしたといわれているが(例えば神取(1994))、フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの真の偉大さは経済学に革命を起こすのに「新しい経済理論」をつくらなかったことであろう。そのかわりに、かれらは経済学のかなりの部分をおさめて余りある驚くべき広範な射程を有した、より抽象度の高い、柔軟で包括的な理論をつくった。そして、そのあとのことは、そのあとのものの手にゆだねたのである。しかし、ゲーム理論による経済学の「革命」が成就し、また数々の現実社会への具体的応用(そのなかにマッチング理論のそれが含まれる)がなされるまでには、意外なほど長い時間がかかっていることに注意する必要がある¹²。この理論は抽象的かつ柔軟であるがゆえに「すぐ役に立つ」ものでもなかったのである¹³。

マッチング理論の成功は抽象化の果実である。マッチング理論はその現実社会での応用において高い評価をえているので、それが抽象化によるものというのは奇異に聞こえるかもしれない。しかしそれはまちがいである。抽象化したからこそ現実の問題に応用できるのである。理論というものは抽象化することで多数の具体的ケースを包括する能力をえる。抽象化によって柔軟性を獲得し、当初は予想もしなかったような応用が可能になるのである。具体的応用は抽象化のすぐ隣りにある。

抽象化こそが現代の数理科学を特徴付けるものであり、それが応用での豊穡な成果をもたらした。ゲーム理論の創始者であるフォン・ノイマンは黎明期の数学基礎論の中心人物であり、また量子力学をヒルベルト空間で基礎付けた。かれはまさに抽象化の権化であった。そして同時にコンピュータや核兵器の開発で活躍したかれは具体的応用の権化でもあった。

¹¹ von Neumann and Morgenstern (1944) 以前のゲーム理論研究については鈴木(2014)にくわしい。

¹² ゲーム理論が「市民権」をえたのはやっと 1990 年代というのが筆者の印象である。上に参照したゲーム理論の「静かなる革命」を論じた神取論文も 90 年代であり、ゲーム理論の内外の標準的な教科書もおおむねこの時期に出版されている。国内のおおくの大学にゲーム理論の講義が設置されたのもこの時期であろう。ゲーム理論の普及と受容の紆余曲折についてもまた鈴木(2014)にくわしい。

¹³ 現在ではゲーム理論の応用範囲は経済学をはるかにこえ、進化生物学、心理学、計算機科学などにおよんでいる。

しばしば 20 世紀の数理科学を代表する人物とみなされるかれは抽象性と具体性の緊密さを体現している。

抽象的理論にはもちろん無意味なものもあるが、おおくのばあい無意味かどうかは時間がたってみないとわからない。有用な応用が見つかるまでにはながい時間がかかることがおおいのである。当座つかいみちのわからない抽象的理論の研究を「無駄」であると退けることは、長期的に人類の福利におおきな損害をあたえるであろう。以下の興味深い引用で本稿を終わる (上野, 2004)。

中国の数学の歴史には示唆に富む事実が見出される。中国の数学は常に実用数学として発達してきた。劉徽や祖冲之、あるいは秦九韶、李治のように、中国の伝統数学を一步も二歩も先に進めても、それが直接、応用に関係がないとすぐ忘れ去られ、その結果、数学の進歩が止まってしまった。すぐに応用されることばかりに注目していると、本質的な進歩が止まってしまう、かえって遅れてしまう。中国数学はこれ以降発展することなく、ヨーロッパ数学にその地位を奪われていった。

謝辞

草稿にたいして貴重なコメントを寄せてくださった濱田弘潤先生 (新潟大学経済学部)、秋山海人君 (新潟大学経済学部 4 年) にこころより感謝申し上げます。

参考文献

- [1] Abdulkadiroğlu, A. and Sönmez, T. (2003) School choice: a mechanism design approach. *American Economic Review* 93, 729–747.
- [2] Arora, S., Blum, A., Schulman, L. J., Sinclair, A. and Vazirani, V. (2007) The computational worldview and the sciences: a report on two workshops. <http://users.cms.caltech.edu/~schulman/Workshops/CS-Lens-2/report-comp-worldview.pdf>
- [3] Arrow, K. J. (1951) *Social Choice and Individual Values*, Wiley.
- [4] Aumann, R. J. and Van Damme, E. (1997) On the state of the art in game theory: an interview with Robert Aumann. in Albers, W., Gueth, W., Hammerstein, P., Moldovanu, B. and Van Damme,

- E. (eds), *Understanding Strategic Interaction, Essays in Honor of Reinhard Selten*, Springer, pp.8–34.
- [5] Bourbaki, N. (1984) *Éléments d'histoire des mathématiques, 3ème édition*, Hermann. (English translation: Meldrum, J. (1994) *Elements of the History of Mathematics*, Springer.)
- [6] Deutsch, D. (1985) Quantum theory, the Church–Turing principle and the universal quantum computer. *Proceedings of the Royal Society of London A* 400, 97–117.
- [7] Edgeworth, F. Y. (1881) *Mathematical Psychics*, Kegan Paul.
- [8] Gale, D. (2001) The two-sided matching problem. Origin, development and current issues. *International Game Theory Review* 3, 237–252.
- [9] Gale, D. and Shaley, L. S. (1962) College admissions and the stability of marriage. *American Mathematical Monthly* 69, 9–15
- [10] Gusfield, D. and Irving, R. W. (1989) *The Stable Marriage Problem: Structure and Algorithms*, MIT Press.
- [11] Hurwicz, L. (1960) Optimality and information efficiency in resource allocation processes. in Arrow, K. J., Karlin, S. and Suppes, P. (eds) *Mathematical Methods in the Social Sciences*, Stanford University Press.
- [12] Kelly, J. S. (1987) An interview with Kenneth J. Arrow. *Social Choice and Welfare* 4, 43–62.
- [13] Manlove, D. F. (2013) *Algorithmics of Matching under Preferences*, World Scientific.
- [14] McLean, I. (1995) The first golden age of social choice, 1784–1803. in Barnett, W. A., Moulin, H., Salles, M. and Schofield, N. J. (eds), *Social Choice, Welfare, and Ethics*, Cambridge University Press, pp.13–33.
- [15] McLean, I. and London, J. (1990) The Borda and Condorcet principles: three medieval applications. *Social Choice and Welfare* 9, 99–108.

- [16] Roth, A. E. (1984) The evolution of the labor market for medical interns and residents: a case study in game theory. *Journal of Political Economy* 92, 991–1016.
- [17] Roth, A. E. and Peranson, E. (1999) The redesign of the matching market for American physicians: some engineering aspects for economic design. *American Economic Review* 89, 748–780.
- [18] Roth, A. E., Sönmez, T. and Ünver, U. (2004) Kidney Exchange. *Quarterly Journal of Economics* 119, 457–488.
- [19] Russell, B. (1900) *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*, Cambridge University Press.
- [20] Shubik, M. (1959) Edgeworth market games. in Luce, R. D. and Tucker, A. W. (eds), *Contributions to the Theory of Games IV*, Princeton University Press, pp.267–278
- [21] von Neumann, J. and Morgenstern, O. (1944) *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press.
- [22] 上野建爾 (2004) 数学の歴史. ガウアーズ, T. (著), 青木薫 (訳) 「数学」, 岩波書店.
- [23] 神取道宏 (1994) ゲーム理論による経済学の静かな革命. 岩井克人, 伊藤元重 (編) 「現代の経済理論」, 東京大学出版会.
- [24] 坂井豊貴, 藤中裕二, 若山琢磨 (2008) 「メカニズムデザイン」, ミネルヴァ書房.
- [25] 鈴木光男 (2014) 「ゲーム理論のあゆみ」, 有斐閣.
- [26] 西部忠 (1993) 社会主義経済計算論争の市場像: 経済の調整と組織化. <http://hdl.handle.net/2115/32896>